# 《算法导论》学习笔记

最笨的方法往往是最好最快的方法 by 谭川奇

## 第一部分：基础知识

### 第1章：算法在计算中的作用

* 1. 算法即是一系列的计算步骤，用来将一个有效的输入转换成一个有效的输出。
  2. 计算机的有限的资源必须被有效的利用，算法就是来解决这些问题的方法。

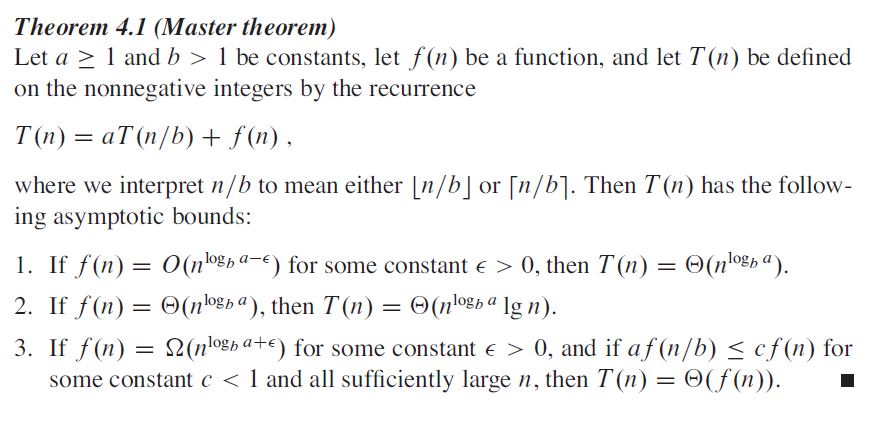
### 第2章：算法入门

* 1. 循环不变式的三个性质：（循环不变式通常用来证明递归的正确性）
     1. 初始化：它在循环的第一轮迭代开始之前，应该是正确的。
     2. 保持：如果在循环的某一次迭代开始之前它是正确的，那么，在下一次迭代开始之前，它也应该保持正确。
     3. 终止：当循环结束时，不变式给了我们一个有用的性质，它有助于表明算法是正确的。
  2. 伪代码中的约定：
     1. 书写上的“缩进”表示程序中的分程序（程序块）结构。
     2. while,for,repeat等循环结构和if,then,else条件结构与Pascal中相同。
     3. 符号 "▷” 表示后面部分是个注释。
     4. 多重赋值 i←j←e 是将表达式e的值赋给变量i和j；等价于 j←e，再进行赋值 i←j。
     5. 变量（如i,j和key等）是局部给定过程的。
     6. 数组元素是通过“数组名[下标]”这样的形式来访问的。
     7. 复合数据一般组织成对象，它们是由属性(attribute)和域(field)所组成的。
     8. 参数采用按值传递方式：被调用的过程会收到参数的一份副本。
     9. 布尔运算符"and”和"or”都是具有短路能力。
  3. 算法分析即指对一个算法所需要的资源进行预测。
  4. 对于一个算法，一般只考察其最坏情况的运行时间，理由有三：
     1. 一个算法的最坏情况运行时间是在任何输入下运行时间的一个上界。
     2. 对于某些算法来说，最坏情况出现得还是相当频繁的。
     3. 大致上看来，“平均情况”通常和最坏情况一样差。
  5. 分治策略：将原问题划分成ｎ个规模较小而结构与原问题相似的子问题；递归地解决这些小问题，然后再合并其结果，就得到原问题的解。
  6. 分治模式在每一层递归上都有三个步骤：
     1. 分解(Divde)：将原问题分解成一系列子问题；
     2. 解决(Conquer)：递归地解答各子问题。若子问题足够小，则直接求解；
     3. 合并(Combine)：将子问题的结果合并成原问题的解。

### 第3章：函数的增长

* 1. 对几个记号的大意：o（非渐近紧确上界） ≈ <； O（渐近上界） ≈ ≤；   
     Θ （渐近紧界）≈ =； Ω（渐近下界） ≈ ≥； ω（非渐近紧确下界） ≈  >;  
     这里的<,≤,=,≥,>指的是规模上的比较，即o(g(n))的规模比g(n)小。
  2. o(g(n))={ f(n):   
     对任意正常数c，存在常数n0>0，使对所有的n≧n0，有0≦f(n)<cg(n) }
  3. O(g(n))={ f(n):   
     存在正常数c和n0，使对所有n≧n0，有0≦f(n)≦cg(n) }
  4. Θ(g(n))={ f(n):   
     存在正常数c1，c2和n0，使对所有的n≧n0，有0≦c1g(n)≦f(n)≦c2g(n) }
  5. Ω(g(n))={ f(n):   
     存在正常数c和n0，使对所有n≧n0，有0≦cg(n)≦f(n) }
  6. ω(g(n))={ f(n):   
     对任意正常数c，存在常数n0>0，使对所有的n≧n0，有0≦cg(n)<f(n) }

### 第4章：递归式

* 1. 递归式是一组等式或不等式，它所描述的函数是用在更小的输入下该函数的值来定义的。例如Merge-Sort的最坏情况运行时间T(n)可以用以下递归式来表示：  
                                         T(n) ={2T(n/2) + n,  if n > 11           ,  if n = 1
  2. 解递归式的方法主要有三种：代换法、递归树方法、主方法。
  3. 代换法(Substitution method)(P38~P40)  
     定义：先猜测某个界的存在，再用数学归纳法去证明该猜测的正确性。  
     缺点：只能用于解的形式很容易猜的情形。  
     总结：这种方法需要经验的积累，可以通过转换为先前见过的类似递归式来求解。
  4. 递归树方法(Recursion-tree method)  
     起因：代换法有时很难得到一个正确的好的猜测值。  
     用途：画出一个递归树是一种得到好猜测的直接方法。  
     分析(重点)：在递归树中，每一个结点都代表递归函数调用集合中一个子问题的代价。将递归树中每一层内的代价相加得到一个每层代价的集合，再将每层的代价相加得到递归式所有层次的总代价。  
     总结：递归树最适合用来产生好的猜测，然后用代换法加以验证。  
     递归树的方法非常直观，总的代价就是把所有层次的代价相加起来得到。但是分析这个总代价的规模却不是件很容易的事情，有时需要用到很多数学的知识。
  5. 主方法(Master method)   
     主方法是最好用的Cookbook方法，总结了常见的情况并给出了一个公式。  
     优点：针对形如T(n)=aT(n/b)+f(n)的递归式  
     缺点：并不能解所有形如上式的递归式的解。因为主方法在第1种情况与第2种情况之间、第2种情况与第3种情况之间都存在着一条沟，所以会存在着不能适用的情况。  
     直觉上：实际上主方法一直在比较f(n)与NLogBA的规模，然后选取规模大的作为最后的递归式的规模。  
     

### 第5章：概率分析与随机算法

一：随机算法：如果一个算法的行为不只是由输入决定，同时也由随机数生成器所产生的数值决定，则称这个算法是随机的。

二：指示器随机变量I(A)的定义很简单：

I(A)= {0 如果A不发生的话1 如果A发生的话

       事件A对应的指示器随机变量的期望期等于事件A发生的概率。

三：介绍了两种随机排列数组的生成方法：

1. 随机优先级法：为数组的每个元素赋一个随机的优先级，再根据这个优先级对数组中的元素进行排序。可证这样得到的数字满足随机的性质。
2. 原地交换法：依次把A[i]与A[Random(i+1, Length(A))]进行swap，得到的新数组也满足随机性。  
   for i ← 1 to n  
       do swap A[i] ↔ A[Random(i, Length(A))]

四：有时间，在真正的环境中的输入可能并不是随机的，所以我们可以采用先将输入进行随机打乱的方法来保证输入数据的随机性，这点在很多算法中得以体现，比如快排有其随机选取种子数来向输入中加入随机化的成分。

五：===5.4节带\*未看===  
 不过值得提一下的是“在线雇佣问题”与“苏格拉底的择偶观”很相似。  
 先用三分之一的时间，即分出大、中、 小三类，再用三分之一的时间验证自己的观点是否正确，等到最后三分之一时，选择了属于大类中的一支美丽的麦穗。

## 第二部分：排序和顺序统计学

这一部分将要给出几个解决以下排序问题的算法：  
输入：n个数的序列<a1,a2, … an>  
输出：输入序列的一个重排<a1’,a2’,...,an’>，使a1’≦a2’≦...≦an’

* 1. 原地排序算法：只有线性个数的元素会被移动到集合之外的排序算法。
  2. 第6章介绍堆排序
  3. 第7章介绍快速排序
  4. 第8章介绍了基于“比较”排序的算法的下界为Ω(nlgn)。并介绍了几种不基于比较的排序方法，它们能突破Ω(nlgn)的下界。计数排序、基数排序、桶排序。
  5. 第9章介绍了顺序统计的概念：第i个顺序统计是集合中第i小的数。  
     并介绍了两个算法：
     1. 最坏情况为O(n2)，但平均情况下为线性O(n)的算法
     2. 最坏情况下为线性O(n)的算法

### 第6章：堆排序

* 1. 堆排序是一个时间复杂度为O(nlgn)、原地排序算法。
  2. “堆”数据结构不只在推排序时有用，还可以构成一个有效的优先队列。
  3. 堆的定义是这样的：
     1. 一个堆是一颗完全二叉树
     2. 对于大（小）根堆，每个节点的值都比它的子节点要大（小）
  4. 虽然堆排的理论效率好，但是往往一个好的快排的实现要优于堆排，所以堆更常见于作为高效的优先级队列。一个堆可以在O(lgn)的时间内，支持大小为n的集合上的任意优先队列的操作。

该章的代码如下：

|  |
| --- |
| //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  /// COPYRIGHT NOTICE  /// Copyright (c) 2009  /// All rights reserved.  ///  /// @file HeapSort.cpp  /// @brief 堆排序的学习，使用大头堆  ///  ///  /// @author 谭川奇 chuanqi.tan@gmail.com  /// @date 2011-5-25  ///  ///  /// 修订说明：最初版本  //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  #include "stdafx.h"  #include <iostream>  #include <vector>  #include <algorithm>  #include <iterator>  using namespace std;  namespace chapter6  {  /// 保持堆的性质  ///  /// 将to\_make的[0,length)元素视为一棵完全二叉树，以第i个元素为根的子树除了第i个元素之外都满足大堆的性质  /// 调用此方法之后，这棵完全二叉树以第i个元素为根的子树都满足大堆的性质  /// @to\_make 保存数据的数组  /// @length 标记to\_make的[0,length)元素视为一个完全二叉树  /// 第length个元素之后[length, n)的元素不包括在这棵完全二叉树里  /// @i 需要处理的第i个元素  /// @note to\_make的前length个元素并不一定是一个堆（因为它不满足大堆的性质），但可以映射为完全二叉树  void MakeHeap(vector<int> &to\_make, size\_t length, size\_t i)  {  size\_t left = 2 \* i + 1;  size\_t right = 2 \* i + 2;  size\_t the\_max = i;  if (left < length && to\_make[left] > to\_make[i])  {  the\_max = left;  }  if (right < length && to\_make[right] > to\_make[the\_max])  {  the\_max = right;  }  if (the\_max != i)  {  std::swap(to\_make[i], to\_make[the\_max]);  MakeHeap(to\_make, length, the\_max);  }  }  /// 建堆  ///  /// 将to\_built数组改建成一个大头堆  void BuildHeap(vector<int> &to\_built)  {  //这里只需要从to\_built.size() / 2 - 1开始的原因在于：  //对叶子结点来说，它和它的子结点（为空）总是满足堆的定义的，所以只需要处理非叶子结点  for (int i = to\_built.size() / 2 - 1; i >= 0; --i)  {  MakeHeap(to\_built, to\_built.size(), i);  }  }  /// 堆排序  void HeapSort(vector<int> &to\_sort)  {  BuildHeap(to\_sort);  for (int i = to\_sort.size() - 1; i > 0; --i)  {  std::swap(to\_sort[0], to\_sort[i]);  MakeHeap(to\_sort, i, 0);  }  }  /// 优先队列  ///  /// 堆的主要应用之一：优先队列  class PriorityQueue  {  public:  PriorityQueue()  {  int to\_init[] = {8,5,78,45,64,987,45,34,23,4,23};  \_queue.assign(to\_init, to\_init + sizeof(to\_init) / sizeof(int));  BuildHeap(\_queue);  }  int GetMaxPriority()  {  return \_queue[0];  }  int GetAndPopMaxPriority()  {  int max\_priority = GetMaxPriority();  std::swap(\_queue[0], \_queue[\_queue.size() - 1]);  \_queue.erase(\_queue.end() - 1);  MakeHeap(\_queue, \_queue.size(), 0);  return max\_priority;  }  void ChangePriority(int index, int new\_priority)  {  if (\_queue[index] == new\_priority)  {//优先级不变，直接返回  return;  }  if (\_queue[index] > new\_priority)  {//降底优先级  \_queue[index] = new\_priority;  MakeHeap(\_queue, \_queue.size(), index);  }  else  {//提升优先级  \_queue[index] = new\_priority;  while(index > 0)  {  int parent\_index = static\_cast<int>((index + 1) / 2) - 1;  if (\_queue[parent\_index] < \_queue[index])  {  std::swap(\_queue[parent\_index], \_queue[index]);  index = parent\_index;  }  else  {  break;  }  }  }  }  void Insert(int priority)  {  \_queue.push\_back(std::numeric\_limits<int>::min());  ChangePriority(\_queue.size() - 1, priority);  }  bool IsEmpty()  {  return \_queue.empty();  }  void Display()  {  copy(\_queue.begin(), \_queue.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  cout << endl;  }  private:  vector<int> \_queue;  };  int test()  {  int to\_init[] = {8,5,78,45,64,987,45,34,23,4,23};  vector<int> to\_sort(to\_init, to\_init + sizeof(to\_init) / sizeof(int));  cout << "原始数组，准备进行堆排序：";  copy(to\_sort.begin(), to\_sort.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  HeapSort(to\_sort);  //reverse(result.begin(), result.end());  cout << endl << "堆排序结束：";  copy(to\_sort.begin(), to\_sort.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  cout << endl;  cout << "初始化一个优先队列：";  PriorityQueue queue;  queue.Display();  cout << "开始不断的取最高优先级的任务出列：" << endl;  while(!queue.IsEmpty())  {  cout << queue.GetAndPopMaxPriority() << ":\t";  queue.Display();  }  cout << "开始添加任务入列：" << endl;  for (size\_t i = 0; i < to\_sort.size(); ++i)  {  queue.Insert(to\_sort[i]);  queue.Display();  }  cout << "更改一个任务的优先级：任务优先级调整为-9并自动调整堆：" << endl;  queue.ChangePriority(2, -9);  queue.Display();  return 0;  }  }  Output:  987: 78 64 45 45 23 8 5 34 23 4  78: 64 45 45 34 23 8 5 4 23  64: 45 34 45 23 23 8 5 4  45: 45 34 8 23 23 4 5  45: 34 23 8 5 23 4  34: 23 23 8 5 4  23: 23 5 8 4  23: 8 5 4  8: 5 4  5: 4  4:  开始添加任务入列：  4  5 4  8 4 5  23 8 5 4  23 23 5 4 8  34 23 23 4 8 5  45 23 34 4 8 5 23  45 45 34 23 8 5 23 4  64 45 34 45 8 5 23 4 23  78 64 34 45 45 5 23 4 23 8  987 78 34 45 64 5 23 4 23 8 45  更改一个任务的优先级：任务2优先级调整为-9并自动调整堆：  987 78 23 45 64 5 -9 4 23 8 45  请按任意键继续. . . |

### 第7章：快速排序

1. 快速排序的最坏运行时间为O(n2)，期望运行时间为O(nlgn)，且由于O(nlgn)中隐含的常数因子很小，所以快排通常是用于排序的最佳的实用选择（因为其平均性能非常好）。
2. 快排真的太棒了：平均性能非常好、原地排序不需要额外的空间、算法简单只需要寥寥几行就搞定（比冒泡还少）。
3. 对10W个随机数进行排序比较，快排平均在600MS，而堆排平均在900MS，性能差距可见一斑啊。
4. 快排的平均情况运行时间与其最佳情况运行时间很接近，而不是非常接近于其最坏情况运行时间，所以一般来说快排效率是最高的，这是快排在现代得以大规模的使用的根本原因。
5. 快速排序的随机化版本：正如第5章所说的，由于工程中的输入可能不随机的，所以我们要将其随机化。有两种可选方案（1）直接对输入数据进行随机化排列（2）采用随机取样的随机化技术。随机取样的效率更高一些，所以在快速排序的随机化版本中采用随机取样的技术。  
   方法很简单，就是在每趟sort之前随机选取一个数与最未尾的元素进行交换操作，这样简单高效的实现了随机化。  
   //加入随机取样的随机化技术  
   int random\_swap = (rand() % (EndIndex - BeginIndex + 1)) + BeginIndex;  
   std::swap(ToSort[random\_swap], ToSort[EndIndex]);  
   这个技术太有用啊，因为快速排序在输入数据已经有序时的性能是最差的，但是输入数据已经有序的情况又会经常发生，所以这个随机取样就显得异常的重要。如果没有这个随机取样，快排绝得不到这样的应用。  
   在我做的实验中，对2000个有序的数据进行排序，在未没采用随机化的情况下，平均耗时860MS，而使用了随机取样之后平均耗时8MS，效率提高了100倍。由于输入有序的情况是非常常见的，所以这个随机化才更显示重要了！

|  |
| --- |
| //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  /// COPYRIGHT NOTICE  /// Copyright (c) 2009  /// All rights reserved.  ///  /// @file quick\_sort.cpp  /// @brief quick\_sort.cpp的简短描述  ///  /// quick\_sort.cpp的详细描述  ///  /// @author 谭川奇 chuanqi.tan@gmail.com  /// @date 2011/05/26  /// @version 1.0  ///  ///  /// 修订说明：最初版本  //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  #include "stdafx.h"  #include <vector>  #include <iostream>  #include <iterator>  #include <ctime>  #include <algorithm>  using namespace std;  namespace chapter7  {  /// 采用了随机取样技术的快速排序  ///  /// 快速排序的平均效率为O(nlgn)，最坏情况为O(n^2)  void QuickSort(vector<int> &ToSort, int BeginIndex, int EndIndex)  {  if(BeginIndex < EndIndex)  {  //加入随机取样的随机化技术  //一定要使用，对平均性能的提升作用太大了  int random\_swap = (rand() % (EndIndex - BeginIndex + 1)) + BeginIndex;  std::swap(ToSort[random\_swap], ToSort[EndIndex]);  //i代表的是比ToSort[EndIndex]小的元素的上界，即ToSort[0...i)的元素值都比ToSort[EndIndex]要小  //也意味着下一个比ToSort[EndIndex]小的元素要放置的位置；但是在当前ToSort[i] >= ToSort[EndIndex]  int i = BeginIndex;  //j代表已经检查过的元素的上界  for (int j = BeginIndex; j != EndIndex; ++j)  {  //找到满足比ToSort[EndIndex]小的元素  if (ToSort[j] < ToSort[EndIndex])  {  swap(ToSort[i], ToSort[j]); //将这个比ToSort[EndIndex]小的元素移到第i个去,满足了i代表的意义  ++i; //由于新找到了一个比ToSort[EndIndex]小的元素,所以上界应该+1  }  }  swap(ToSort[i], ToSort[EndIndex]);  QuickSort(ToSort, BeginIndex, i - 1);  QuickSort(ToSort, i + 1, EndIndex);  }  }  /// 对模糊区间的快速排序  ///  /// 问题描述：（算法导论-6题）\n  /// 考虑这样的一种排序问题，即无法准确地知道待排序的各个数字到底是多少。对于其中的每个数字，  /// 我们只知道它落在实轴上的某个区间内。亦即，给定的是n个形如[a(i), b(i)]的闭区间（这里小括  /// 后起下标的作用，后同），其中a(i) <= b(i)。算法的目标是对这些区间进行模糊排序  /// （fuzzy-sort），亦即，产生各区间的一个排列<i(1), i(2), ..., i(n)>，使得存在一个c(j)属于  /// 区间[a(i(j)), b(i(j))]，满足c(1) <= c(2) <= c(3) <= ... <= c(n)。\n  /// a) 为n个区间的模糊排序设计一个算法。你的算法应该具有算法的一般结构，它可以快速排序左部  /// 端点（即各a(i)），也要能充分利用重叠区间来改善运行时间。（随着各区间重叠得越来越多，  /// 对各区间进行模糊排序的问题会变得越来越容易。你的算法应能充分利用这种重叠。）\n  /// b) 证明：在一般情况下，你的算法的期望运行时间为Θ(nlgn)，但当所有的区间都重叠时，期望的  /// 运行时间为Θ(n)（亦即，当存在一个值x，使得对所有的i，都有x∈[a(i), b(i)]）。你的算法  /// 不应显式地检查这种情况，而是应随着重叠量的增加，性能自然地有所改善。  void SmoothQuickSort(vector< pair<int, int> > &to\_sort, int begin\_index, int end\_index)  {  if (begin\_index < end\_index)  {  //取最后一个区间为主元  auto last = to\_sort[end\_index];  //获取要比较的区间（除去主元）为[begin\_index, end\_index) => [i,j]  //区间[i,j]意思是：其中所有的元素要不还未处理，要不相互重叠有至少一个重叠值，并且该值还与to\_sort[end\_index]重叠  //即在题目中规定的语义下与to\_sort[end\_index]绝对相等  int i = begin\_index;  int j = end\_index - 1;  for (int k = begin\_index; k <= j; )  {  if (to\_sort[k].second <= last.first)  {//严格小于主元  swap(to\_sort[i], to\_sort[k]);  ++i;  ++k;  }  else if (to\_sort[k].first >= last.second)  {//严格大于主元  swap(to\_sort[j], to\_sort[k]);  --j;  }  else  {  // 与主元区间有重叠，则更新主元为重叠区间（交集）  // 此方法参考了http://blogold.chinaunix.net/u/18517/showart\_487873.html  //  // 这种想法真的好，因为缩小了主元的区间（交集），所以就可以认为以后任何与缩小之后主元有重叠的区间都一定与当前区间to\_sort[k]重叠（因为它完全包括缩小后的主元）\n  // 因此这样就可以确定最后在[i,j]中的所有元素在本题的约定下与主元绝对相等（即所有的元素相互重叠），所以不需要再处理。这就符合了题目中的“充分利用重叠区间来改善运行时间”\n  // 如果没有这步缩小区间，就只能认为[i,j]中的元素各自与主元有重叠而无法判断为绝对相等。  // @note 这里很容易弄错的一点是：区间重叠并没有传递性，重叠区间的元素并不能认为是已序的  last.first = max(to\_sort[k].first, last.first);  last.second = min(to\_sort[k].second, last.second);  ++k;  }  }  swap(to\_sort[j + 1], to\_sort[end\_index]);  SmoothQuickSort(to\_sort, begin\_index, i - 1);  SmoothQuickSort(to\_sort, j + 2, end\_index);  }  }  int test()  {  cout << "==========================快速排序=============================" << endl;  vector<int> ToSort;  for (int i = 0; i < 100; ++i)  {  ToSort.push\_back(rand());  }  cout << "随机填充个数：" << endl;  copy(ToSort.begin(), ToSort.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  QuickSort(ToSort, 0, ToSort.size() - 1);  cout << endl << "快速排序的结果如下：" << endl;  copy(ToSort.begin(), ToSort.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  cout << endl << "======================模糊区间的快速排序=========================" << endl;  vector< pair<int, int> > to\_sort\_smooth;  for (int i = 0; i < 10; ++i)  {  int b = rand() % 100;  to\_sort\_smooth.push\_back(make\_pair(b, b + rand() % 100));  }  SmoothQuickSort(to\_sort\_smooth, 0, to\_sort\_smooth.size() - 1);  for\_each(to\_sort\_smooth.begin(), to\_sort\_smooth.end(), [](pair<int, int> &p){  cout << p.first << "\t --> \t" << p.second << endl;  });  return 0;  }  }  Output:  ==========================快速排序=============================  随机填充100个数：  41 18467 6334 26500 19169 15724 11478 29358 26962 24464 5705 28145 2  3281 16827 9961 491 2995 11942 4827 5436 32391 14604 3902 153 292 1  2382 17421 18716 19718 19895 5447 21726 14771 11538 1869 19912 25667  26299 17035 9894 28703 23811 31322 30333 17673 4664 15141 7711 28253  6868 25547 27644 32662 32757 20037 12859 8723 9741 27529 778 12316  3035 22190 1842 288 30106 9040 8942 19264 22648 27446 23805 15890 6  729 24370 15350 15006 31101 24393 3548 19629 12623 24084 19954 18756  11840 4966 7376 13931 26308 16944 32439 24626 11323 5537 21538 16118  2082 22929 16541  快速排序的结果如下：  41 153 288 292 491 778 1842 1869 2082 2995 3035 3548 3902 4664 482  7 4966 5436 5447 5537 5705 6334 6729 6868 7376 7711 8723 8942 9040  9741 9894 9961 11323 11478 11538 11840 11942 12316 12382 12623 12859  13931 14604 14771 15006 15141 15350 15724 15890 16118 16541 16827 1  6944 17035 17421 17673 18467 18716 18756 19169 19264 19629 19718 1989  5 19912 19954 20037 21538 21726 22190 22648 22929 23281 23805 23811  24084 24370 24393 24464 24626 25547 25667 26299 26308 26500 26962 274  46 27529 27644 28145 28253 28703 29358 30106 30333 31101 31322 32391  32439 32662 32757  ======================模糊区间的快速排序=========================  41 --> 43  21 --> 69  34 --> 87  36 --> 110  20 --> 116  83 --> 178  99 --> 167  84 --> 165  50 --> 141  99 --> 117  请按任意键继续. . . |

### 第8章：线性时间排序

1. 任何比较的排序在最坏的情况下都要用Ω(nlgn)次比较来进行排序，所以合并排序和堆排序是渐近最优的。  
   注意的是：快排不是渐近最优的，因为它在最坏的情况下是O(n2)。
2. 三种以线性时间运行的排序算法：计数排序、基数排序和桶排序。它们都是非比较的。
3. 计数排序
   1. 计数排序的一个重要性就是它是稳定的排序算法，这个稳定性是基数排序的基石。
   2. 计数排序的想法真的很简单、高效、可靠
   3. 缺点在于：
      1. 需要很多额外的空间（当前类型的值的范围）
      2. 只能对离散的类型有效比如int（double就不行了）
      3. 基于假设：输入是小范围内的整数构成的。
4. 基数排序
   1. 基数排序时对每一维进行调用子排序算法时要求这个子排序算法必须是稳定的。
   2. 基数排序与直觉相反：它是按照从底位到高位的顺序排序的。  
      我觉得原因在于：高有效位对底有效位有着决定性的作用。
5. 桶排序
   1. 桶排序也只是期望运行时间能达到线性，对于最坏的情况，它的运行时间取决于它内部使用的子排序算法的运行时间，一般为O(nlgn)。
   2. 桶排序基于假设：输入的的元素均匀的分布在区间[0, 1]上。
   3. 感觉桶排没有什么大的实现价值，因为它限定了输入的区间，还要求最好是均匀分布，它的最坏情况并不好。
6. 所有的线性时间内的排序算法，都作出了一定的假设，是建立在一定的假设基础上的。

|  |
| --- |
| //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  /// COPYRIGHT NOTICE  /// Copyright (c) 2009  /// All rights reserved.  ///  /// @file liner\_sort.cpp  /// @brief liner\_sort.cpp的简短描述  ///  /// liner\_sort.cpp的详细描述  ///  /// @author 谭川奇 chuanqi.tan@gmail.com  /// @date 2011/05/26  /// @version 1.0  ///  ///  /// 修订说明：最初版本  //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  #include "stdafx.h"  #include <iostream>  #include <algorithm>  #include <vector>  #include <iterator>  using namespace std;  namespace chapter8  {  /// 计数排序  void counting\_sort()  {  int const k\_max\_size = 100; //待排序的所有元素都必须位于区间[0, k\_max\_size)  //初始化区间为[0, k\_max\_size)之间的随机数作为输入  std::vector<int> v;  for (int i = 0; i < 100; ++i)  {  v.push\_back(rand() % k\_max\_size);  }  //进行计数c[i] = j代表着i在输入数据中出现了j次  std::vector<int> c(k\_max\_size, 0);  std::for\_each(v.begin(), v.end(), [&](int i){++c[i];});  //对所有的计数从依次总结出最后的排序，并没有使用原书上的方法  //比书上的算法更直接，将二步合成了一步，效率上是同样的渐近时间复杂度的，似乎更好点。  v.clear();  for (int i = 0; i < k\_max\_size; ++i)  {  for (int k = 0; k < c[i]; ++k)  {  v.push\_back(i);  }  }  copy(v.begin(), v.end(), std::ostream\_iterator<int>(std::cout, " "));  }  /// 基数排序时值最大的维数：意味着元素的区间为[0, 999]  int const k\_max\_dim = 3;  /// 基数排序  void radix\_sort(std::vector<int> &v, int dim)  {  //根据第dim维的大小进行“稳定”的排序，这个stable很重要，是基数排序的基石  stable\_sort(v.begin(), v.end(), [&](int left, int right) -> bool{  //得到一个数的某一维的值  //eg: GetDim(987, 1) = 9  // GetDim(987, 2) = 8  // GetDim(987, 3) = 7  auto GetDim = [](int number, int d) -> int  {  for (int i = 1; i <= k\_max\_dim - d; ++i)  {  number /= 10;  }  return number % 10;  };  return GetDim(left, dim) < GetDim(right, dim);  });  if (dim > 1)  {  radix\_sort(v, dim - 1);  }  }  /// 基础排序算法的初始化和调用  void radix\_sort\_caller()  {  //初始化[0,999]之间的随机数作为输入  std::vector<int> v;  for (int i = 0; i < 10; ++i)  {  v.push\_back(rand() % static\_cast<int>(pow(10.0, static\_cast<double>(k\_max\_dim))));  }  std::copy(v.begin(), v.end(), std::ostream\_iterator<int>(std::cout, " ")); std::cout << std::endl;  radix\_sort(v, k\_max\_dim);  std::copy(v.begin(), v.end(), std::ostream\_iterator<int>(std::cout, " "));  }  /// 桶排序  void bucket\_sort()  {  //初始化[0,1)之间的随机数  vector<double> v;  for (int i = 0; i < 10; ++i)  {  v.push\_back((rand() % 100) \* 1.0 / 100.0);  }  copy(v.begin(), v.end(), ostream\_iterator<double>(cout, " "));  cout << endl;  //构建桶，并将所有的元素放入到相应的桶中去  vector< vector<double> > bucket(10); //10个桶  for\_each(v.begin(), v.end(), [&](double d){  bucket[d \* 10].push\_back(d);  });  //对每一个桶里的元素进行排序  for\_each(bucket.begin(), bucket.end(), [](vector<double> &sub\_v){  sort(sub\_v.begin(), sub\_v.end());  });  //依次把每个桶中的元素提取出来并组合在一起  v.clear();  for\_each(bucket.begin(), bucket.end(), [&](vector<double> &sub\_v){  v.insert(v.end(), sub\_v.begin(), sub\_v.end());  });  copy(v.begin(), v.end(), ostream\_iterator<double>(cout, " "));  }  int test()  {  cout << endl << "===========开始计数排序===========" << endl;  counting\_sort();  cout << endl << "===========开始基数排序===========" << endl;  radix\_sort\_caller();  cout << endl << "===========开始桶排序===========" << endl;  bucket\_sort();  getchar();  return 0;  }  }  Output:  ===========开始计数排序===========  0 1 2 3 4 5 5 6 6 8 11 11 12 16 16 18 18 21 22 23 23 23 24  26 26 27 27 29 29 29 29 31 33 34 35 35 36 37 37 38 38 39 40  40 41 41 41 41 42 42 42 44 44 45 46 47 47 48 48 50 53 53 54  56 57 58 59 61 62 62 64 64 64 66 67 67 68 69 69 70 71 73 76  78 78 81 82 82 84 88 90 90 91 91 92 93 94 95 95 99  ===========开始基数排序===========  833 115 639 658 704 930 977 306 673 386  115 306 386 639 658 673 704 833 930 977  ===========开始桶排序===========  0.21 0.45 0.24 0.72 0.7 0.29 0.77 0.73 0.97 0.12  0.12 0.21 0.24 0.29 0.45 0.7 0.72 0.73 0.77 0.97 |

### 第9章：中位数和顺序统计学

1. 第i个顺序统计量是该集合中第i小的元素。  
   最小值是第1个顺序统计量(i=1)最大值是第n个顺序统计量(i=n)
2. 中位数是它所在集合的“中点元素”
3. 找最大最小值的算法，一般人可能以为需要2n次比较，实际上只需要最多3次比较，使用的技巧是：  
   将一对元素比较，然后把较大者于max比较，较小者与min比较，这样就只需要3次比较就能得到最后的结果。
4. 以期望线性时间选择顺序统计量的方法是以快速排序为模型。如同在快速排序中一样，此算法的思想也是对输入数组进行递归划分。但和快速排序不同的是，快速排序会递归处理划分的两边，而randomized-select只处理划分的一边。并由此将期望的运行时间由O(nlgn)下降到了O(n)。  
   我觉得C++ STL中的nth\_element用的可能就是这个算法，所以它的效率应该很高。
5. 最坏线性时间选择顺序统计量的方法的核心在于：要保证对数组的划分是一个好的划分。  
   于是方法使用了一个很奇怪的取主元的方法，虽然看起来很奇怪，但是该方法被这样的提出就肯定有它的理论基础的。  
   不过这种取巧的方法不太值得去写一遍，而且明显写出来也很容易的，没有什么新技术和新想法。

|  |
| --- |
| //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  /// COPYRIGHT NOTICE  /// Copyright (c) 2009  /// All rights reserved.  ///  /// @file nth\_element.cpp  /// @brief nth\_element.cpp的简短描述  ///  /// nth\_element.cpp的详细描述  ///  /// @author 谭川奇 chuanqi.tan@gmail.com  /// @date 2011/05/26  /// @version 1.0  ///  ///  /// 修订说明：最初版本  //////////////////////////////////////////////////////////////////////////  #include "stdafx.h"  #include <iostream>  #include <algorithm>  #include <vector>  #include <iterator>  using namespace std;  namespace chapter9  {  /// 寻找v数组的子集的第i个顺序统计量  ///  /// 寻找v数组的子集[begin\_index, end\_index]中的第i个元素顺序统计量，<=i<size  int \_NthElement(vector<int> &v, int const begin\_index, int const end\_index, int const n)  {  //这个判断纯粹只是一个加速return的技巧，没有这个判断算法也是正确的！  if (begin\_index == end\_index)  {  return v[begin\_index];  }  //随机取样  int swap\_index = rand() % (end\_index - begin\_index + 1) + begin\_index;  swap(v[swap\_index], v[end\_index]);  //根据最后一个主元进行分割成两部分  int i = begin\_index;  for (int j = begin\_index; j < end\_index; ++j)  {  if (v[j] < v[end\_index])  {  swap(v[i++], v[j]);  }  }  swap(v[i], v[end\_index]);  //主元是本区间的第k个元素顺序统计量，<=k<size  int k = i - begin\_index;  if (n == k)  {//找到了  return v[i];  }  if (n < k)  {//在左区间继续找  return \_NthElement(v, begin\_index, i - 1, n);  }  else  {//在右区间继续找：由于主元是第k个元素顺序统计量(0<=k<size)，所以小于等于主元的元素有k+1个（包括主元），因此寻找右区间的第n-(k+1)个顺序统计量  return \_NthElement(v, i + 1, end\_index, n - k - 1);  }  }  /// 寻找v数组中的第i个顺序统计量，<=i<size  int NthElement(vector<int> &v, int const n)  {  return \_NthElement(v, 0, v.size() - 1, n);  }  int test()  {  vector<int> v;  for (int i = 0; i < 10; ++i)  {  v.push\_back((rand() % 1000));  }  copy(v.begin(), v.end(), ostream\_iterator<int>(cout, " "));  cout << endl;  for (int i = 0; i < 10; ++i)  {  cout << i << "th element is:" << NthElement(v, i) << endl;  }  return 0;  }  }  Output:  41 467 334 500 169 724 478 358 962 464  0th element is:41  1th element is:169  2th element is:334  3th element is:358  4th element is:464  5th element is:467  6th element is:478  7th element is:500  8th element is:724  9th element is:962  请按任意键继续. . . |

## 第三部分：数据结构

**参考：**

* 1. <http://staff.ustc.edu.cn/~lszhuang/alg/>
  2. <http://www.wutianqi.com/>
  3. <http://www.cnblogs.com/timebug/>